

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Комсомольский-на-Амуре государственный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета

энергетики и управления

(наименование факультета)

А.С. Гудим

(подпись, ФИО)

« 09 » 06 2020 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Математика**

Направление подготовки	27.03.05 Инноватика
Направленность (профиль) образовательной программы	Управление инновационными проектами
Квалификация выпускника	бакалавр
Год начала подготовки (по учебному плану)	2020
Форма обучения	заочная
Технология обучения	традиционная

Курс	Семестр	Трудоемкость, з.е.
1, 2	1, 2, 3	12

Вид промежуточной аттестации	Обеспечивающее подразделение
Зачет с оценкой, Зачет с оценкой, Экзамен	Кафедра «ПМ – Прикладная математика»

Комсомольск-на-Амуре 2020

Разработчик рабочей программы:

Доцент, канд. техн. наук, доцент  
(должность, степень, ученое звание)



(подпись)

В.Н. Логинов  
(ФИО)

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий кафедрой  
«Прикладная математика»  
(наименование кафедры)



(подпись)

А.Л. Григорьева

(ФИО)

Заведующий выпускающей  
кафедрой<sup>1</sup>  
Кафедра «Управление  
инновационными процессами и  
проектами» (УИПП)



(подпись)

М.А. Горькавый

(ФИО)

## 1 Общие положения

Рабочая программа дисциплины «Математика» составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 1006 от 11.08.2016, и основной профессиональной образовательной программы подготовки «Управление инновационными проектами» по направлению 27.03.05 Инноватика.

Задачи дисциплины	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ развитие навыков математического мышления студентов;</li> <li>✓ овладение методов исследования и решения математических задач;</li> <li>✓ выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания;</li> <li>✓ развитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности</li> </ul>
Основные разделы / темы дисциплины	<p>Линейная алгебра и аналитическая геометрия.          Дифференциальное исчисление функции одной переменной.          Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.          Интегральное исчисление функции одной переменной.</p>

## 2 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Процесс изучения дисциплины «Математика» направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и основной образовательной программой (таблица 1):

Таблица 1 – Компетенции и планируемые результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
	Перечень знаний	Перечень умений	Перечень навыков
<b>Общепрофессиональные</b>			
<b>ОПК-7</b> – способность применять знания математики, физики и естествознания, химии и материаловедения, теории управления и информационные технологии в инновационной	<p><b>Знать:</b>            основы теории линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии;            основные теоретические сведения дифференциального исчисления функции одной переменной для практического применения в задачах профессиональной деятельности;            основные теоретические</p>	<p><b>Уметь:</b>            выполнять действия над векторами и матрицами;            исследовать системы линейных алгебраических уравнений;            использовать математические операции и аналитические алгоритмы для подробного решения задач профессиональной деятельности;            находить частные производные,</p>	<p><b>Владеть:</b>            навыками использования теории матриц, основами векторной алгебры и аналитической геометрии для осуществления профессиональной деятельности;            навыками исследования функции с помощью производной первого и второго порядка;            навыками математического моделирования при</p>

	сведения дифференциального исчисления функций нескольких переменных; аналитические и численные методы интегрирования функции одной переменной.	экстремумы функций нескольких переменных; вычислять неопределенные и определенные интегралы.	решении задач профессиональной деятельности, анализа результатов расчетов; навыками решения задач из раздела интегральное исчисление функции одной переменной.
--	--	--	--

### 3 Место дисциплины (модуля) в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математика» изучается на 1, 2 курсах в 1, 2, 3 семестрах.

Дисциплина входит в состав блока 1 «Дисциплины (модули)» и относится к базовой части.

Для освоения дисциплины необходимы знания, умения и навыки сформированные при изучении школьного курса математики, в частности, дисциплин "Геометрия" и "Алгебра и начала анализа".

Знания, умения и навыки, сформированные при изучении дисциплины «Математика», будут востребованы при изучении последующих дисциплин: «Теория вероятностей и математическая статистика», «Физика», «Алгоритмы решения нестандартных задач», «Системный анализ и принятие решений».

### 4 Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость (объем) дисциплины составляет 12 з.е., 432 акад. час.

Распределение объема дисциплины (модуля) по видам учебных занятий представлено в таблице 2.

Таблица 2 – Объем дисциплины (модуля) по видам учебных занятий

Объем дисциплины	Всего академических часов
Общая трудоемкость дисциплины	432
<b>Контактная аудиторная работа обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий), всего</b>	36
В том числе:	
<b>занятия лекционного типа</b> (лекции и иные учебные занятия, предусматривающие преимущественную передачу учебной информации педагогическими работниками)	18
<b>занятия семинарского типа</b> (семинары, практические занятия, практикумы, лабораторные работы, коллоквиумы и иные аналогичные занятия)	18
<b>Самостоятельная работа обучающихся и контактная работа,</b> включающая групповые консультации, индивидуальную работу обучающихся с преподавателями (в том числе индивидуальные консультации); взаимодействие в электронной информационно-образовательной среде вуза	256

Объем дисциплины	Всего академических часов
Промежуточная аттестация обучающихся – Зачет с оценкой, Зачет с оценкой Экзамен	8

**5 Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебной работы**

Таблица 3 – Структура и содержание дисциплины (модуля)

Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			СРС
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
<i>1 семестр</i>				
<b>Тема 1.1. «Линейная алгебра. Матричное исчисление».</b> Матрицы. Действия над матрицами. Определители 2-го и 3-го порядков. Определители $n$ -го порядка и их свойства. Обратная матрица. Ранг матрицы. Действия над матрицами. Вычисление определителей. Нахождение ранга матрицы, обратной матрицы. Матрицы в экономике.	4	4		16
<b>Тема 1.2. «Линейная алгебра. Системы линейных уравнений».</b> Системы линейных алгебраических уравнений (неоднородные и однородные). Решение определенных систем линейных уравнений. Теорема Кронекера-Капелли. Общее решение систем линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений. Системы линейных уравнений в экономике.	2	2		20
<b>Тема 1.3. «Векторная алгебра».</b> Векторы. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по базису. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов и их геометрические приложения. Линейные пространства. Понятие $n$ -мерного евклидова пространства. Действия над векторами. Геометрические приложения. Линейные пространства. Координаты вектора в базисе. Векторы в экономике.				24

Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			СРС
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
<b>Тема 1.4. «Аналитическая геометрия».</b> Прямая на плоскости. Плоскость в пространстве. Прямая в пространстве. Различные способы задания прямой на плоскости, в пространстве, плоскости в пространстве. Взаимное расположение. Решение прикладных задач. Кривые второго порядка и их канонический вид. Поверхности второго порядка. Аналитическая геометрия в экономике.				24
<b>ИТОГО 1 семестр</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>84</b>
<b>2 семестр</b>				
<b>Тема 2.1. «Введение в математический анализ функции одной переменной (ФОП)».</b> Понятие множества. Основные свойства числовых множеств. Окрестности точек. Грани множеств и предельные точки. Счетные и несчетные множества. Множество действительных чисел. Понятие отображения множеств. Понятие функции. Область определения. Множество значений функции. Графики ФОП. Типы функций. Свойства функций. Основные элементарные функции. Сложная функция. Обратная функция. Классификация элементарных функций. Предел функции при $x \rightarrow +\infty$ , $x \rightarrow -\infty$ . Предел функции в точке. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Свойства бесконечно малых функций. Теоремы о пределах. Теорема о сжатом отображении. Замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции. Непрерывность функции в точке и на отрезке. Свойства непрерывных функций. Непрерывность элементарных функций. Односторонние пределы. Точки разрыва функции и их классификация. Принцип вложенных отрезков. Свойства функций, непрерывных на отрезке. Теоремы Больцано и Вейерштрасса.	4	4		16
<b>Тема 2.2. «Основные понятия дифференциального исчисления ФОП».</b> Производная функции в точке. Геометрический и механический смысл производной. Дифференцируемость функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Правила дифференцирования. Производная сложной и обратной	2	2		20

Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			СРС
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
функций. Производная функции, заданной параметрически. Производные основных элементарных функций. Гиперболические функции и их производные. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Эластичность функции, экономическая интерпретация.				
<b>Тема 2.3. «Основные теоремы дифференциального исчисления ФОП».</b> Основные теоремы о дифференцируемых функциях: Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталья. Производные и дифференциалы высших порядков. Формулы Тейлора и Маклорена. Формулы Маклорена для основных элементарных функций.				24
<b>Тема 2.4. Исследование ФОП.</b> Исследование функции на монотонность. Необходимые и достаточные условия возрастания и убывания. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума функции. Исследование на выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба графика функции. Необходимые и достаточные условия точек перегиба. Асимптоты графика функции. Схема полного исследования функции и построения ее графика. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке.				24
<b>ИТОГО 2 семестр</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>84</b>
<b>3 семестр</b>				
<b>Тема 3.1. «Основные понятия дифференциального исчисления функции нескольких переменных (ФНП)».</b> Действительная функция $n$ действительных переменных. Примеры. Область определения. Множество значений. График. Линии и поверхности уровня. Предел и непрерывность ФНП в точке. Непрерывность ФНП в области. Свойства функций, непрерывных в замкнутой области. Понятие частной производной ФНП. Дифференцируемость ФНП. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости. Производная по направлению,	4	4		12

Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			СРС
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
градиент ФНП. Полный дифференциал ФНП. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.				
<b>Тема 3.2. «Основные теоремы дифференциального исчисления ФНП».</b> Производные сложной функции. Производные функций, заданных неявно. Инвариантность формы дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема о смешанных производных. Теорема и формула Тейлора для ФНП.				20
<b>Тема 3.3. «Исследование ФНП на экстремум».</b> Экстремум ФНП. Необходимое и достаточное условие существования экстремума. Условный экстремум. Необходимое и достаточное условие существования условного экстремума. Метод неопределенных множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой, ограниченной области.	2	2		16
<b>Тема 3.4. «Неопределенный интеграл».</b> Понятие первообразной. Структура множества первообразных для данной функции. Задачи, приводящие к отысканию первообразных. Неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Свойства неопределенного интеграла. Простейшие методы интегрирования. Метод интегрирования по частям. Метод интегрирования заменой переменной. Примеры. Интегрирование простейших рациональных дробей. Интегрирование правильных и неправильных рациональных дробей. Примеры. Интегрирование иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций. Интегрирование разных функций. Примеры.				20
<b>Тема 3.5. «Определенный интеграл».</b> Определение определенного интеграла. Геометрический смысл. Свойства определенного интеграла. Определенный интеграл с переменным верхним пределом. Формула Ньютона–Лейбница. Интегрирование заменой переменных и по частям. Приложения определенного интеграла. Применение определенного интеграла (вычисление площадей, объемов, длин дуг, площадей				20



Наименование разделов, тем и содержание материала	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)			
	Контактная работа преподавателя с обучающимися			СРС
	Лекции	Семинарские (практические занятия)	Лабораторные занятия	
поверхностей вращения). Несобственные интегралы первого и второго рода. Признаки сходимости несобственных интегралов. Определенный интеграл в экономике.				
<b>ИТОГО 3 семестр</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>88</b>
<b>ИТОГО по дисциплине</b>	<b>18</b>	<b>18</b>		<b>256</b>

#### **6 Внеаудиторная самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)**

При планировании самостоятельной работы студенту рекомендуется руководствоваться следующим распределением часов на самостоятельную работу (таблица 4):

Таблица 4 – Рекомендуемое распределение часов на самостоятельную работу

<b>Компоненты самостоятельной работы</b>	<b>Количество часов</b>
Изучение теоретических разделов дисциплины	86
Подготовка к занятиям семинарского типа	
Подготовка и оформление Контрольная работа, Контрольная работа, Контрольная работа РГР, РГР, РГР	170
	256

#### **7 Оценочные средства для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации представлен в Приложении 1.

Полный комплект контрольных заданий или иных материалов, необходимых для оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), практике хранится на кафедре-разработчике в бумажном и электронном виде.

## 8 Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)

### 8.1 Основная литература

1. **Атурин, В. В.** Высшая математика. Задачи с решениями для студентов экономических специальностей : учеб. пособие для вузов / В. В. Атурин, В. В. Годин. – М. : Академия, 2010. – 301с.
2. **Виленкин, И.В.** Высшая математика: Линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное и интегральное исчисление: Учебное пособие / И.В. Виленкин, М.В. Гробер. - Ростов н/Д: Феникс, 2011. – 415 с.
3. **Красс, М.С.** Математика в экономике: математические методы и модели: учебник для бакалавров / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов; Под ред. М.С.Красса. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Юрайт, 2016. - 539с.
4. **Крицков, Л.В.** Высшая математика в вопросах и ответах: Учебное пособие для вузов / Л.В. Крицков; под ред. В.А. Ильина. - М.: Проспект, 2013. – 176 с.
5. **Логинов, В. Н.** Линейная алгебра. Линейные и евклидовы пространства, линейные отображения и преобразования : учеб. пособие для вузов / В. Н. Логинов, З. В. Широкова. – Комсомольск-на-Амуре: Изд-во Комсомольского-на-Амуре гос. техн. ун-та, 2015. – 152 с.
6. **Минеева, Н. В.** Практикум по математике. Линейная алгебра : учеб. пособие для вузов / Н. В. Минеева, М. В. Сташкевич. – Комсомольск-на-Амуре : Изд-во Комсомольского-на-Амуре гос.техн.ун-та, 2015. – 74с. – Библиогр.: с.74. – 96-00.
7. **Шевцов, Г. С.** Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г. С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М. : Магистр : НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. // ZNANIUM.COM : электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://www.znanium.com/catalog.php> 2013. – 176 с.
8. Шипачев, В. С. Задачник по высшей математике [Электронный ре-сурс]: учебное пособие / В.С. Шипачев. - 10-е изд., стер. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 304 с. // ZNANIUM.COM: электронно-библиотечная система. – Режим доступа: [http://www.znanium.com/catalog.php?](http://www.znanium.com/catalog.php)

### 8.2 Дополнительная литература

1. **Антонов, В.И.** Математика. Интернет-тестирование базовых знаний: Учебное пособие / В.И. Антонов, Ф.И. Копелевич. – СПб.: Лань, 2010. – 157 с.
2. **Антонов, В.И.** Элементарная математика для первокурсника: учебное пособие для вузов / В. И. Антонов, Ф. И. Копелевич. - СПб.: Лань, 2013. - 101 с.
3. **Бронштейн, И.Н.** Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов : Учебное пособие для вузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – СПб.: Лань, 2010. - 608 с.
4. **Ивлева, А.М.** Линейная алгебра. Аналитическая геометрия [Электронный ресурс] / А.М. Ивлева, П.И. Прилуцкая, И.Д. Черных. - Новосиб.: НГТУ, 2014. – 180 с. // ZNANIUM.COM: электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://www.znanium.com/catalog.php> 23
5. **Кудрявцев, Л.Д.** Краткий курс математического анализа : Учебник для вузов: в 2 т. Т 2 :Дифференциальное и интегральное исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ / Л.Д. Кудрявцев. - 3-е изд., перераб. - М.: Физматлит, 2005. – 424 с.
6. **Письменный, Д.Т.** Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д.Т. Письменный.- 10-е изд., испр. - М.: Айрис-пресс, 2011. – 604 с.

7. **Рубашкина, Е. В.** Линейная алгебра. Линейные операторы. Квадратичные формы. Комплексные числа [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е. В. Рубашкина. – М. : НИЦ ИНФРА-М, 2016. - 38 с. // ZNANIUM.COM : электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <http://www.znanium.com/catalog.php>
8. **Хуснутдинов, Р.Ш.** Математика для экономистов в примерах и задачах: учебное пособие для вузов / Р. Ш. Хуснутдинов, В. А. Жихарев. - СПб.: Лань, 2012. - 654 с.

### **8.3 Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

1. Каталажнова И. Н. Начала математического анализа: учеб.-метод. пособие / Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КНАГТУ», 2014. – 116 с.
2. Каталажнова И. Н. Функции одной переменной: учеб.-метод. пособие / Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КНАГТУ», 2015. – 235 с.
3. Каталажнова И. Н. Основы математического анализа: рабочая тетрадь по математике для иностранных студентов всех технических специальностей / Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КНАГТУ», 2019. – 55 с.
4. Костенко, А.В. Краткий справочник по математическим моделям в примерах и задачах : учебное пособие / З.К. Литвинцева, В.Н. Логинов. Ком-сомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КНАГТУ», 2005. – 71 с.
5. Литвинцева, З.К. Математический анализ (функции одной переменной) : учебно-практическое пособие / З.К. Литвинцева, В.Н. Логинов. Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КНАГТУ», 2006. – 92 с. // <https://initkms.ru/library/readbook/1101000/1>
6. Логинов В.Н., Литвинцева З.К., Широкова З.В. Алгебра и геометрия: учеб. метод. пособие / Комсомольск-на-Амуре: ФГБОУ ВПО «КНАГТУ», 2006. – 69 с.
7. Логинов, В.Н. Функции нескольких переменных и интегральное исчисление функции одной переменной : учебное пособие / В.Н. Логинов, М.П. Артеменко, О.А. Квасова. Комсомольск-на-Амуре: ГОУВПО «КНАГТУ», 2007. – 58 с. // <https://initkms.ru/library/readbook/1101428/1>
8. Сборник индивидуальных заданий по высшей математике: Учебное пособие для вузов: в 3-х ч. / А.П. Рябушко, В.В. Бархатов, В.В. Державец, И.Е. Юреть; под общ ред. А.П. Рябушко. - Минск: Академическая книга, 2005.

### **8.4 Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе изучения дисциплины используются следующие ЭБС: ZNANIUM.COM., IPRbooks, "БиблиоРоссика".

- 1 Электронно-библиотечная система ZNANIUM.COM. Договор 4378 эбс ИКЗ 2012700076927030100100060016311000 от 17 апреля 2020 г.
- 2 Электронно-библиотечная система IPRbooks. Лицензионный договор № ЕП 44/13 на предоставление доступа к электронно-библиотечной системе IPRbooks ИКЗ 201272700076927030100100050016311000 от 27 мая 2020 г.
- 3 Электронно-библиотечная система eLIBRARY.RU. Договор № ЕП 44/12 на оказание услуг доступа к электронным изданиям ИКЗ 20127200076927030100100080016311000 от 2 марта 2020 г.

### **8.5 Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

## 8.6 Лицензионное программное обеспечение, используемое при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Таблица 5 – Перечень используемого программного обеспечения

Наименование ПО	Реквизиты
Microsoft Imagine Premium	Лицензионный договор АЭ223 №008/65 от 11.01.2019
OpenOffice	Свободная лицензия, условия использования по ссылке: <a href="https://www.openoffice.org/license.html">https://www.openoffice.org/license.html</a>

## 9 Организационно-педагогические условия

Организация образовательного процесса регламентируется учебным планом и расписанием учебных занятий. Язык обучения (преподавания) — русский. Для всех видов аудиторных занятий академический час устанавливается продолжительностью 45 минут.

При формировании своей индивидуальной образовательной траектории обучающийся имеет право на перезачет соответствующих дисциплин и профессиональных модулей, освоенных в процессе предшествующего обучения, который освобождает обучающегося от необходимости их повторного освоения.

### 9.1 Образовательные технологии

Учебный процесс при преподавании курса основывается на использовании традиционных, инновационных и информационных образовательных технологий. Традиционные образовательные технологии представлены лекциями и семинарскими (практическими) занятиями. Инновационные образовательные технологии используются в виде широкого применения активных и интерактивных форм проведения занятий. Информационные образовательные технологии реализуются путем активизации самостоятельной работы студентов в информационной образовательной среде.

### 9.2 Занятия лекционного типа

Лекционный курс предполагает систематизированное изложение основных вопросов учебного плана.

На первой лекции лектор обязан предупредить студентов, применительно к какому базовому учебнику (учебникам, учебным пособиям) будет прочитан курс.

Лекционный курс должен давать наибольший объем информации и обеспечивать более глубокое понимание учебных вопросов при значительно меньшей затрате времени, чем это требуется большинству студентов на самостоятельное изучение материала.

### 9.3 Занятия семинарского типа

Семинарские занятия представляют собой детализацию лекционного теоретического материала, проводятся в целях закрепления курса и охватывают все основные разделы.

Основной формой проведения семинаров является обсуждение наиболее проблемных и сложных вопросов по отдельным темам, а также разбор примеров и ситуаций в аудиторных условиях. В обязанности преподавателя входят: оказание методической помощи и консультирование студентов по соответствующим темам курса.

Активность на семинарских занятиях оценивается по следующим критериям:

- ответы на вопросы, предлагаемые преподавателем;
- участие в дискуссиях;
- выполнение проектных и иных заданий;
- ассистирование преподавателю в проведении занятий.

Ответ должен быть аргументированным, развернутым, не односложным, содержать ссылки на источники.

Доклады и оппонирование докладов проверяют степень владения теоретическим материалом, а также корректность и строгость рассуждений.

Оценивание заданий, выполненных на семинарском занятии, входит в накопленную оценку.

#### **9.4 Самостоятельная работа обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа студентов – это процесс активного, целенаправленного приобретения студентом новых знаний, умений без непосредственного участия преподавателя, характеризующийся предметной направленностью, эффективным контролем и оценкой результатов деятельности обучающегося.

Цели самостоятельной работы:

- систематизация и закрепление полученных теоретических знаний и практических умений студентов;
- углубление и расширение теоретических знаний;
- формирование умений использовать нормативную и справочную документацию, специальную литературу;
- развитие познавательных способностей, активности студентов, ответственности и организованности;
- формирование самостоятельности мышления, творческой инициативы, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развитие исследовательских умений и академических навыков.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, уровня сложности, конкретной тематики.

Технология организации самостоятельной работы студентов включает использование информационных и материально-технических ресурсов университета.

Контроль результатов внеаудиторной самостоятельной работы студентов может проходить в письменной, устной или смешанной форме.

Студенты должны подходить к самостоятельной работе как к наиважнейшему средству закрепления и развития теоретических знаний, выработке единства взглядов на отдельные вопросы курса, приобретения определенных навыков и использования профессиональной литературы.

#### **9.5 Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины**

При изучении дисциплины обучающимся целесообразно выполнять следующие рекомендации:

1. Изучение учебной дисциплины должно вестись систематически.
2. После изучения какого-либо раздела по учебнику или конспектным материалам рекомендуется по памяти воспроизвести основные термины, определения, понятия раздела.
3. Особое внимание следует уделить выполнению отчетов по практическим занятиям и индивидуальным комплексным заданиям на самостоятельную работу.
4. Вся тематика вопросов, изучаемых самостоятельно, задается на лекциях преподавателем. Им же даются источники (в первую очередь вновь изданные в периодической научной литературе) для более детального понимания вопросов, озвученных на лекции.

При самостоятельной проработке курса обучающиеся должны:

- просматривать основные определения и факты;
- повторить законспектированный на лекционном занятии материал и дополнить его с учетом рекомендованной по данной теме литературы;
- изучить рекомендованную литературу, составлять тезисы, аннотации и конспекты наиболее важных моментов;
- самостоятельно выполнять задания, аналогичные предлагаемым на занятиях;

- использовать для самопроверки материалы фонда оценочных средств.

### **1. Методические указания при работе над конспектом лекции**

В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала. Обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации, положительный опыт в ораторском искусстве. Желательно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений. Задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций...и т.д.

### **2. Методические указания по самостоятельной работе над изучаемым материалом и при подготовке к практическим занятиям**

Начинать надо с изучения рекомендованной литературы. Необходимо помнить, что на лекции обычно рассматривается не весь материал, а только его часть. Остальная его часть восполняется в процессе самостоятельной работы. В связи с этим работа с рекомендованной литературой обязательна. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. В процессе этой работы необходимо стремиться понять и запомнить основные положения рассматриваемого материала, примеры, поясняющие его, а также разобраться в иллюстративном материале... и т.д.

## **10 Описание материально-технического обеспечения, необходимого для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

### **10.1 Учебно-лабораторное оборудование**

Отсутствует

### **10.2 Технические и электронные средства обучения**

#### **Лекционные занятия.**

Аудитории для лекционных занятий укомплектованы мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории (наборы демонстрационного оборудования (проектор, экран, компьютер/ноутбук), учебно-наглядные пособия, тематические иллюстрации).

#### **Практические занятия.**

Аудитории для практических занятий укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

#### **Самостоятельная работа.**

Помещения для самостоятельной работы оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде КнАГУ:

- читальный зал НТБ КнАГУ;
- компьютерные классы.

## **11 Иные сведения**

### **Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов**

Освоение дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах. Предполагаются специальные условия для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

Профессорско-педагогический состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, индивидуальными программами реабилитации инвалидов (при наличии). При необходимости осуществляется дополнительная поддержка преподавания тьюторами, психологами, социальными работниками, прошедшими подготовку ассистентами.

В соответствии с методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. № АК-44/05вн) в курсе предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).

При необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ<sup>1</sup>**  
**по дисциплине**

**Математика**

Направление подготовки	<i>27.03.05 Инноватика</i>
Направленность (профиль) образовательной программы	<i>Управление инновационными проектами</i>
Квалификация выпускника	<i>бакалавр</i>
Год начала подготовки (по учебному плану)	<i>2020</i>
Форма обучения	<i>заочная</i>
Технология обучения	<i>традиционная</i>

Курс	Семестр	Трудоемкость, з.е.
<i>1, 2</i>	<i>1, 2, 3</i>	<i>12</i>

Вид промежуточной аттестации	Обеспечивающее подразделение
<i>Зачет с оценкой, Зачет с оценкой, Экзамен</i>	<i>Кафедра «ПМ - Прикладная математика»</i>

<sup>1</sup> В данном приложении представлены типовые оценочные средства. Полный комплект оценочных средств, включающий все варианты заданий (тестов, контрольных работ и др.), предлагаемых обучающемуся, хранится на кафедре в бумажном и электронном виде.



# 1 Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами образовательной программы

Таблица 1 – Компетенции и планируемые результаты обучения по дисциплине

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине		
	Перечень знаний	Перечень умений	Перечень навыков
<b>Общепрофессиональные</b>			
<b>ОПК-7</b> – способность применять знания математики, физики и естествознания, химии и материаловедения, теории управления и информационные технологии в инновационной	Знать: основы теории линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии; основные теоретические сведения дифференциального исчисления функции одной переменной для практического применения в задачах профессиональной деятельности; основные теоретические сведения дифференциального исчисления функций нескольких переменных; аналитические и численные методы интегрирования функции одной переменной.	Уметь: выполнять действия над векторами и матрицами; исследовать системы линейных алгебраических уравнений; использовать математические операции и аналитические алгоритмы для подробного решения задач профессиональной деятельности; находить частные производные, экстремумы функций нескольких переменных; вычислять неопределенные и определенные интегралы.	Владеть: навыками использования теории матриц, основами векторной алгебры и аналитической геометрии для осуществления профессиональной деятельности; навыками исследования функции с помощью производной первого и второго порядка; навыками математического моделирования при решении задач профессиональной деятельности, анализа результатов расчетов; навыками решения задач из раздела интегральное исчисление функции одной переменной.

Таблица 2 – Паспорт фонда оценочных средств

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Формируемая компетенция	Наименование оценочного средства	Показатели оценки
<b>1 семестр</b>			
<b>Линейная алгебра</b>	ОПК-3	Расчетно-графическая работа	Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач
<b>Векторная алгебра и аналитическая геометрия</b>	ОПК-3	Контрольная работа	Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач
<b>Аналитическая геометрия</b>	ОПК-3	Тест	Осуществляет выбор математических операций и аналитических алгоритмов для решения текущей математической задачи
<b>2 семестр</b>			
<b>Предел и производная ФОП</b>	ОПК-3	Расчетно-графическая работа	Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач
<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	ОПК-3	Контрольная работа	Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач
<b>Дифференциальное исчисление функции одной переменной</b>	ОПК-3	Тест	Осуществляет выбор математических операций и аналитических алгоритмов для решения текущей математической задачи
<b>3 семестр</b>			
<b>Интегральное исчисление функции одной переменной</b>	ОПК-3	Расчетно-графическая работа	Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач

<b>Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных</b>	ОПК-3	Контрольная работа	Демонстрирует практическое использование математических методов и аналитических алгоритмов для анализа задач
<b>Интегральные исчисления функции одной переменной</b>	ОПК-3	Тест	Осуществляет выбор математических операций и аналитических алгоритмов для решения текущей математической задачи

## 2 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций

Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, представлены в виде технологической карты дисциплины (таблица 3).

Таблица 3 – Технологическая карта

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
<b>1 семестр</b>				
<b><i>Промежуточная аттестация в форме Зачет с оценкой</i></b>				
1	Расчетно-графическая работа	8 неделя	30 баллов	30 баллов - студент полностью выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями. 20 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, <i>допущены одна или две неточности</i> , есть недостатки в оформлении. 10 баллов - Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень. 5 баллов - Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также не способен пояснить полученный результат.

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
2	Контрольная работа	12 неделя	50 баллов	<p>50 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>30 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении контрольной работы.</p> <p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления контрольной работы имеет недостаточный уровень.</p> <p>10 баллов - Студент не полностью выполнил задание контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также не способен пояснить полученный результат.</p>
3	Тест	15 неделя	20 баллов	<p>20 баллов - 91-100% правильных ответов – высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>15 баллов - 71-90% % правильных ответов – достаточно высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>10 баллов - 61-70% правильных ответов – средний уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>5 баллов - 51-60% правильных ответов – низкий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>0 баллов - 0-50% правильных ответов – очень низкий уровень знаний, умений и навыков;</p>
	Текущий контроль:	-	100 баллов	-
	ИТОГО:	-	100 баллов	
<p><b>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:</b>  0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине);  65 – 74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно»</p>				

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
<p>(пороговый (минимальный) уровень);  75 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень);  85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)</p>				
<p><b>2 семестр</b>  <b>Промежуточная аттестация в форме Зачет с оценкой</b></p>				
1	Расчетно-графическая работа	11 неделя	30 баллов	<p>30 баллов - студент полностью выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, <i>допущены одна или две неточности</i>, есть недостатки в оформлении.</p> <p>10 баллов - Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень.</p> <p>5 баллов - Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также не способен пояснить полученный результат.</p>
2	Контрольная работа	8 неделя	50 баллов	<p>50 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>30 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, <i>допущены одна или две неточности</i>, есть недостатки в оформлении контрольной работы.</p> <p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, но допустил существенные неточности и</p>

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
				грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления контрольной работы имеет недостаточный уровень. 10 баллов - Студент не полностью выполнил задание контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также не способен пояснить полученный результат.
3	Тест	15 неделя	20 баллов	20 баллов - 91-100% правильных ответов – высокий уровень знаний, умений и навыков; 15 баллов - 71-90% % правильных ответов – достаточно высокий уровень знаний, умений и навыков; 10 баллов - 61-70% правильных ответов – средний уровень знаний, умений и навыков; 5 баллов - 51-60% правильных ответов – низкий уровень знаний, умений и навыков; 0 баллов - 0-50% правильных ответов – очень низкий уровень знаний, умений и навыков;
	Текущий контроль:	-	100 баллов	-
	ИТОГО:	-	100 баллов	
<p><b>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:</b>  0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине);  65 – 74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень);  75 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень);  85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)</p>				
<b>3 семестр</b> <b><i>Промежуточная аттестация в форме Экзамен</i></b>				
1	Расчетно-графическая работа	11 неделя	30 баллов	30 баллов - студент полностью выполнил задание, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями. 20 баллов - Студент полностью выполнил задание, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, <i>допущены одна или две неточности, есть</i>

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
				<p>недостатки в оформлении.</p> <p>10 баллов - Студент полностью выполнил задание, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления имеет недостаточный уровень.</p> <p>5 баллов - Студент не полностью выполнил задание, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.</p>
2	Контрольная работа	8 неделя	50 баллов	<p>50 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал отличные умения и навыки в рамках усвоенного учебного материала, контрольная работа оформлена аккуратно и в соответствии с предъявляемыми требованиями.</p> <p>30 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, показал хорошие умения навыки в рамках усвоенного учебного материала, но не смог обосновать оптимальность предложенного решения, допущены одна или две неточности, есть недостатки в оформлении контрольной работы.</p> <p>20 баллов - Студент полностью выполнил задание контрольной работы, но допустил существенные неточности и грубые ошибки, не проявил умения правильно интерпретировать полученные результаты, качество оформления контрольной работы имеет недостаточный уровень.</p> <p>10 баллов - Студент не полностью выполнил задание контрольной работы, при этом проявил недостаточный уровень умений и навыков, а также неспособен пояснить полученный результат.</p>
3	Тест	15 неделя	20 баллов	<p>20 баллов - 91-100% правильных ответов – высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>15 баллов - 71-90% % правильных ответов – достаточно высокий уровень знаний, умений и навыков;</p> <p>10 баллов - 61-70% правильных ответов – средний уровень знаний, умений и</p>

	Наименование оценочного средства	Сроки выполнения	Шкала оценивания	Критерии оценивания
				навыков; 5 баллов - 51-60% правильных ответов – низкий уровень знаний, умений и навыков; 0 баллов - 0-50% правильных ответов – очень низкий уровень знаний, умений и навыков;
	Текущий контроль:	-	100 баллов	-
	Экзамен:	-	50 баллов	50 баллов – 91-100% правильных ответов – высокий уровень знаний, умений и навыков; 40 баллов - 71-90% правильных ответов – достаточно высокий уровень знаний, умений и навыков; 30 баллов - 61-70% правильных ответов – средний уровень знаний, умений и навыков; 20 баллов - 0-60% правильных ответов – низкий уровень знаний, умений и навыков.
	ИТОГО:	-	150 баллов	
<b>Критерии оценки результатов обучения по дисциплине:</b> 0 – 64 % от максимально возможной суммы баллов – «неудовлетворительно» (недостаточный уровень для промежуточной аттестации по дисциплине); 65 – 74 % от максимально возможной суммы баллов – «удовлетворительно» (пороговый (минимальный) уровень); 75 – 84 % от максимально возможной суммы баллов – «хорошо» (средний уровень); 85 – 100 % от максимально возможной суммы баллов – «отлично» (высокий (максимальный) уровень)				



**3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующие процесс формирования компетенций в ходе освоения образовательной программы**

**3.1 Задания для текущего контроля успеваемости**

**3.1.1 Первый семестр**

**Расчетно-графическая работа**

1 – 10. Дана система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 = b_1; \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 = b_2; \\ a_{31}x_1 + a_{32}x_2 + a_{33}x_3 = b_3. \end{cases}$$

Исследовать ее на совместность и в случае совместности решить тремя способами:

1) методом Гаусса; 2) средствами матричного исчисления; 3) по формулам Крамера.

$$\begin{array}{l} 1. \begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 5 \\ 4x_1 + 3x_2 - x_3 = 8 \\ 8x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 16 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 11x_3 = 7 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = -1 \end{cases} \quad 3. \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 = 20 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 11 \\ 2x_1 + 10x_2 + 9x_3 = 40 \end{cases} \\ 4. \begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = -1 \\ 3x_1 + 5x_2 + 3x_3 = -1 \\ 6x_1 + 8x_2 + x_3 = -3 \end{cases} \quad 5. \begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 5 \\ 5x_1 + 6x_2 + 3x_3 = 1 \end{cases} \quad 6. \begin{cases} 6x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -4 \\ 9x_1 - x_2 + 4x_3 = 13 \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 = 1 \end{cases} \\ 7. \begin{cases} 2x_1 - 6x_2 + 3x_3 = -1 \\ 7x_1 + 2x_2 - 15x_3 = -32 \\ x_1 - 4x_2 + 9x_3 = 5 \end{cases} \quad 8. \begin{cases} 2x_1 + x_2 + 4x_3 = -5 \\ x_1 + 3x_2 - 6x_3 = 2 \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 9 \end{cases} \quad 9. \begin{cases} 2x_1 + 11x_2 - 5x_3 = 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 = -3 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases} \\ 10. \begin{cases} x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 6 \\ -x_1 - 6x_2 - 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + 9x_2 + 2x_3 = 6 \end{cases} \end{array}$$

11 – 20. Даны векторы  $\bar{a} \{a_1, a_2, a_3\}$ ,  $\bar{b} \{b_1, b_2, b_3\}$ ,  $\bar{c} \{c_1, c_2, c_3\}$  и  $\bar{d} \{d_1, d_2, d_3\}$  в некотором базисе. Показать, что векторы  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$ ,  $\bar{c}$  образуют базис и найти координаты вектора  $\bar{d}$  в этом базисе.

Номер задачи	$\bar{a} \{a_1, a_2, a_3\}$	$\bar{b} \{b_1, b_2, b_3\}$	$\bar{c} \{c_1, c_2, c_3\}$	$\bar{d} \{d_1, d_2, d_3\}$
11	11, 1, 2	-3, 3, 4	-4, -2, 7	-5, 11, -15
12	9, 5, 3	-3, 2, 1	4, -7, 4	-10, -13, 8
13	7, 2, 1	3, -5, 6	-4, 3, -4	-1, 18, -16
14	1, 2, 3	-5, 3, -1	-6, 4, 5	-4, 11, 20
15	-2, 5, 1	3, 2, -7	4, -3, 2	-4, 22, -13
16	3, 1, 2	-4, 3, -1	2, 3, 4	14, 14, 20

17	3, -1, 2	-2, 4, 1	4, -5, -1	-5, 11, 1
18	4, 5, 1	1, 3, 1	-3, -6, 7	19, 33, 0
19	1, -3, 1	-2, -4, 3	0, -2, 3	-8, -10, 13
20	5, 7, -2	-3, 1, 3	1, -4, 6	14, 9, -1

### Контрольная работа

21. Уравнение одной из сторон квадрата:  $x + 3y - 8 = 0$ . Составить уравнения трех остальных сторон квадрата, если  $P(-1, 1)$  – точка пересечения его диагоналей. Сделать чертеж.

22. Даны уравнения одной из сторон ромба  $2x - 5y - 1 = 0$  и одной из его диагоналей  $x + 3y - 6 = 0$ ; диагонали ромба пересекаются в точке  $P(7,5; -0,5)$ . Найти уравнения остальных сторон ромба. Сделать чертеж.

23. Уравнения двух сторон параллелограмма:  $x - 2y = 0$  и  $x - y - 1 = 0$ , уравнение одной из его диагоналей:  $2x + y + 5 = 0$ . Найти координаты вершин параллелограмма. Сделать чертеж.

24. Даны две вершины  $A(2, 3)$ ,  $B(5, -1)$  и точка  $D(-5/7, -1/7)$  пересечения высот треугольника. Составить уравнения его сторон. Сделать чертеж.

25. Даны вершины:  $A(-2, -2)$ ,  $B(5, -1)$ ,  $C(2, 3)$  трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ). Известно, что диагонали трапеции взаимно перпендикулярны. Найти координаты вершины  $D$  этой трапеции. Сделать чертеж.

26. Даны уравнения двух сторон треугольника:  $2x - 5y + 11 = 0$  и  $x + 2y - 1 = 0$ . Его медианы пересекаются в точке  $P(3, 1)$ . Составить уравнение третьей стороны треугольника. Сделать чертеж.

27. Даны две вершины:  $A(2, 0)$  и  $B(3, 1)$  и точка  $P(1, 2)$  пересечения медиан треугольника  $ABC$ . Составить уравнение высоты треугольника, проведенной через вершину  $C$ . Сделать чертеж.

28. Даны уравнения двух высот треугольника  $3x + 5y + 2 = 0$  и  $9x + 2y - 28 = 0$  и одна из его вершин  $A(5, 0)$ . Составить уравнения сторон треугольника. Сделать чертеж.

29. Даны уравнения двух медиан треугольника:  $x - 2y - 1 = 0$  и  $y - 1 = 0$  и одна из его вершин  $A(3, 3)$ . Составить уравнения его сторон. Сделать чертеж.

30. Две стороны треугольника заданы уравнениями:  $x - 2y - 5 = 0$  и  $3x - y + 5 = 0$ , а середина третьей стороны совпадает с началом координат. Составить уравнение этой стороны. Сделать чертеж.

31. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от начала координат и от  $A(6, 0)$  относятся как 2:1.

32. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки  $A(1, 3)$  вдвое меньше расстояния от прямой  $x = -6$ .

33. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от точки  $A(6, 1)$  и от прямой  $x + 5 = 0$  относятся как 1:3.

34. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой находится вдвое дальше от точки  $A(1, 6)$ , чем от точки  $B(4, -2)$ .

35. Составить уравнение и построить линию, расстояния каждой точки которой от точки  $A(4, 0)$  и от прямой  $2x + 3 = 0$  относятся как 4:5.

36. Составить уравнение и построить линию, расстояние каждой точки которой от точки  $A(-3, 0)$  вдвое меньше расстояния от точки  $B(20, 0)$ .

37. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой одинаково удалена от точки  $A(0, 1)$  и от прямой  $y - 3 = -6$ .

38. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноотстоит от оси ординат и от окружности  $x^2 + y^2 = 10$ .

**Замечание.** Напомним, что за расстояние от точки  $A$  до фигуры  $\Phi$  принимается наименьшее из расстояний между точкой  $A$  и точками фигуры  $\Phi$ .

39. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой равноудалена от точки  $A(2, 4)$  и от прямой  $y + 4 = 0$ .

40. Составить уравнение и построить линию, каждая точка которой отстоит от точки  $A(-8, 0)$  втрое дальше, чем от начала координат.

41 – 50. Даны координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ .

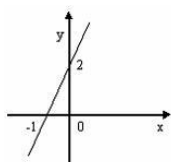
Найти: 1) длину ребра  $A_1A_2$ ; 2) угол между ребрами  $A_1A_4$  и  $A_1A_2$ ; 3) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ; 4) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ; 5) объем пирамиды; 6) уравнения прямой  $A_1A_2$ ; 7) уравнение плоскости  $A_1A_2A_3$ ; 8) уравнение высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ . Сделать чертеж.

Номер задачи	$A_1(x_1, y_1, z_1)$	$A_2(x_2, y_2, z_2)$	$A_3(x_3, y_3, z_3)$	$A_4(x_4, y_4, z_4)$
41	5, 2, 7	7, -6, -9	-7, -6, 3	1, -5, 2
42	-2, -5, -1	-6, -7, 9	4, -5, 1	2, 1, 4
43	-6, -3, -5	5, 1, 7	3, 5, -1	4, -2, 9
44	7, 4, 2	-5, 3, -9	1, -5, 3	7, -9, 1
45	-8, 2, 7	3, -5, 9	2, 4, -6	4, 6, -5
46	4, 3, 1	2, 7, 5	-4, -2, 4	2, -3, -5
47	-9, -7, 4	-4, 3, -1	5, -4, 2	3, 4, 4
48	3, 5, 3	-3, 2, 8	-3, -2, 6	7, 8, -2
49	4, 2, 3	-5, -4, 2	5, 7, -4	6, 4, -7
50	-4, -2, -3	2, 5, 7	6, 3, -1	6, -4, 1

51-60. Издержки производства  $100(m+1)$  шт. некоторого товара составляют  $300(n+1)$  руб, а  $500$  шт. –  $600(n+1)$  руб. Определить издержки производства при  $400(n+1)$  шт. при условии, что функция издержек линейна. (значения  $n$  и  $m$  студент берет в соответствии с номером зачетной книжки:  $n$  – последняя цифра в номере,  $m$  – предпоследняя цифра в номере).

### Тест

Вопрос № 1: Запишите уравнение прямой, соответствующее данному рисунку.



Вопрос № 2: Уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-1; -1; -1)$  и ось  $OX$ , имеет вид...

Варианты ответов: (выберите один правильный ответ, время 2 мин)

1.  $x + y + z + 3 = 0$     2.  $x + z + 2 = 0$     3.  $y + z + 2 = 0$     4.  $y - z = 0$

Вопрос № 3: Точка  $(-2; 1)$  лежит на прямой с уравнением...

Варианты ответов: (выберите несколько правильных ответов, время 2 мин)

1.  $3x - y + 7 = 0$       2.  $y = x - 1$       3.  $y = -2x - 3$       4.  $x + 2y - 1 = 0$
- 

Вопрос № 4: Если точка  $P(x_0; -2; 1)$  принадлежит плоскости  $4x + 5y - 6z = 0$ , то координата  $x_0$  равна

Введите правильный ответ (время 2 мин).

---

Вопрос № 5: Длина отрезка, отсекаемого прямой  $2x + 3y - 6 = 0$  на оси  $OY$ , равна...

Введите правильный ответ (время 1 мин).

---

Вопрос № 6: Укажите правильное соответствие между уравнениями и типами уравнений прямой на плоскости.

1.  $2x - 5y - 9 = 0$       2.  $y = -3x + 7$       3.  $x = 6$

Варианты ответов: (укажите соответствия, время 2 мин)

1. уравнение прямой, параллельной оси абсцисс.      3. уравнение прямой в отрезках на осях  
2. уравнение прямой с угловым коэффициентом      4. общее уравнение прямой  
5. уравнение прямой, параллельной оси ординат
- 

Вопрос № 7: Уравнением прямой, параллельной  $y = 3x - 1$ , является ...

Варианты ответов: (выберите один правильный ответ, время 2 мин)

1.  $y = -x + 2$       2.  $y = 3x + 2$       3.  $y = -3x + 1$       4.  $y = x - 3$
- 

Вопрос № 8: Установите соответствие между уравнением плоскости и ее положением в пространстве

1.  $2x + 3z + 5 = 0$       2.  $4y - z - 3 = 0$       3.  $5x + 2y - 9 = 0$       4.  $x + 7y - 2z = 0$

Варианты ответов: (укажите соответствия, время 2 мин)

1. параллельна оси  $OY$       2. параллельна оси  $OX$       3. проходит через начало координат  
4. параллельна оси  $OZ$       5. проходит через ось  $OY$
- 

Вопрос № 9: Прямая проходит через точки  $O(0; 0)$  и  $B(-4; 8)$ . Тогда ее угловой коэффициент равен...

Введите правильный ответ (время 1 мин).

---

Вопрос № 10: Уравнением прямой, перпендикулярной прямой  $y = 2x + 3$ , является ...

Варианты ответов: (выберите один правильный ответ, время 2 мин)

1.  $2x - y + 1 = 0$       2.  $3x - y - 5 = 0$       3.  $x + 2y + 4 = 0$       4.  $x + 3y + 12 = 0$
- 

Вопрос № 11: Точкой пересечения плоскости  $3x - 2y + z - 6 = 0$  с осью  $OX$  является ...

Введите правильный ответ (время 2 мин).

---

Вопрос № 12: Прямая  $\frac{x-1}{a} = \frac{y+4}{3} = \frac{z}{5}$  параллельна плоскости  $x - 3y - 5z = 0$  при  $a$ , равном...

Введите правильный ответ (время 2 мин).

---

### 3.1.2 Второй семестр

#### Расчетно-графическая работа

1 – 10. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья.

1. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^4 - 2x^2 + 2x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2-3x}{5-3x} \right)^x$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos^2 x - \cos^2 2x}{x^2}$ ;
2. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+1}{x^3 - 5x^2 + 4x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{4x-1}{4x+1} \right)^{2x}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 9} \frac{\sqrt{2x+7} - 5}{3 - \sqrt{x}}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos 4x}{3x^2}$ ;
3. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x^2 + 10x + 7}{2x^3 + 3x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1-x}{2-x} \right)^x$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 27}{\sqrt{3x} - x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 5x - \cos x}{4x^2}$ ;
4. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x-13}{x^7 - 3x^5 + 4x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+4}{3x} \right)^{-2x}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{x^3 + 64}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{1 - \sin x}{\left( \frac{\pi}{2} - x \right)^2}$ ;
5. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 81}{3x^2 - 4x + 12}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x-1}{2x+4} \right)^{-x}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{9+x} - 3}{x^2 + x}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7x}{\sin x + \sin 7x}$ ;
6. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 - x^3}{4x^2 + 3x - 6}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{1+2x}{3+2x} \right)^{-x}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x}{\sqrt{5-x} - \sqrt{5+x}}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{x \cdot \sin x}$ ;
7. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-x-3x^2}{x^3 - 16}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x}{x-1} \right)^{3-2x}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{\sqrt{6x+1} - 5}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \frac{\pi}{2} - x \right) \cdot \operatorname{tg} x$ ;
8. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 3x + 1}{x^5 + 6x^2 - x}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+4}{3x+5} \right)^{x+1}$ ;
- в)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x^3 + x^2}$ ; г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos^3 x}{5x^2}$ ;

$$9. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 2x^2 + 5};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{\sqrt{8 + x} - 3};$$

$$10. \text{ a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + x^2 - 7x}{10x^2 + 3x + 1};$$

$$\text{b) } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+7} - 3}{2x - 4};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x}{3x+2} \right)^{x-2};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{2x^2};$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3x+2}{3x-1} \right)^{4x-1};$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 4x - \cos^3 4x}{3x^2/7};$$

**11 – 20. Найти производные  $\frac{dy}{dx}$  данных функций.**

$$11. \text{ a) } y = \sqrt[4]{x^3 + 3x} - \frac{5}{\sqrt{x^2 + 2x^2 + 8}};$$

$$\text{б) } (e^{\text{tg}x} + 5)^3;$$

$$\text{в) } y = \ln(\sin(5x^2 + 7x + 1));$$

$$\text{г) } (x^3 + 3x + 1)^{x^3 + 2};$$

$$\text{д) } \text{arctg} \frac{y}{x} = 5x + y.$$

$$12. \text{ a) } x^3 \cdot \sqrt{5x^3 + 7};$$

$$\text{б) } y = \frac{5 \cdot \sin x}{\cos^3 x};$$

$$\text{в) } y = \text{arctg} e^{x^2 + 1};$$

$$\text{г) } y = (\text{tg}x)^{\frac{1}{x}};$$

$$\text{д) } x^2 - 3y + \arccos y.$$

$$13. \text{ a) } y = x \cdot \sqrt{\frac{1+x^3}{x^2 + 3x + 7}};$$

$$\text{б) } y = \frac{x^2 + 3}{\text{tg}^2(2x + 1)};$$

$$\text{в) } y = \arcsin \sqrt{1 - 5x^2};$$

$$\text{г) } y = x^{\ln x^2};$$

$$\text{д) } y \cdot \text{tg}x = \cos(x - 2y^2).$$

$$14. \text{ a) } y = \frac{3 + 9x}{\sqrt{1 - 5x + 7x^2}};$$

$$\text{б) } y = \sin x^2 - x^3 \cdot \cos x^2;$$

$$\text{в) } y = x^3 \cdot \ln(x^2 + 3x + 8);$$

$$\text{г) } y = (\ln x)^{\text{tg}x};$$

$$\text{д) } \frac{y}{x} = \text{tg} \frac{y}{x}.$$

$$15. \text{ a) } y = \frac{x \cdot \ln(x^2 + 1)}{x - 1};$$

$$\text{б) } y = \frac{\sin^2 x^3}{2 + 3 \cdot \cos^2 x^3};$$

$$\text{в) } y = \frac{x^3}{\sqrt{x^2 + x + 9}};$$

$$\text{г) } y = (\text{arctg}x)^{\ln x^2};$$

$$\text{д) } (e^x - 1) \cdot (e^y - 1) = 5.$$

$$16. \text{ a) } y = \frac{2}{\sqrt{x^3 + 1}} + 7 \cdot \sqrt{x^2 + 1};$$

$$\text{б) } y = \arccos \frac{x}{1 + \sqrt{1 - x^2}};$$

$$\text{в) } x^3 + y^3 - 5xy^2 = 0;$$

$$\text{г) } y = (x^2 + 1)^{x^3 - 1};$$

$$\text{д) } y = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{tg}^3(x^2 + 1) + \ln(\cos(x^2 + 1)).$$

$$17. \text{ а) } \sqrt{\frac{1+x^3}{1-x^3}};$$

$$\text{б) } y = 5 \operatorname{tg}^3(x^3 + 3);$$

$$\text{в) } y = 7^{\operatorname{arctg}(x^2+1)};$$

$$\text{г) } y = (\sin x)^{x^2};$$

$$\text{д) } y^2 x = e^{y/(x^2+1)}.$$

$$18. \text{ а) } y = 5\sqrt{x^7 + 6x^6 - 5x^{-1}};$$

$$\text{б) } y = \ln \sqrt{\frac{2 - \sin x}{2 + \sin x}};$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^3 x^2);$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^{\ln(x^3+1)};$$

$$\text{д) } x - y^2 + \cos x + \sin y + x^3 = 0.$$

$$19. \text{ а) } y = 4 \cdot \sqrt{x^3 + 6x^2 + x^{-2}};$$

$$\text{б) } y = 7^x \cdot e^{-x^2} + x;$$

$$\text{в) } y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{x^2 + 1}};$$

$$\text{г) } y = (\cos x)^{x^3+3};$$

$$\text{д) } \ln(x + y) = \operatorname{arctg} \frac{x^2}{y}.$$

$$20. \text{ а) } y = \sqrt{x^3 + 3} + \sqrt[3]{x^2 + 4};$$

$$\text{б) } y = \frac{1}{5} \cdot \operatorname{tg}^5 x - \operatorname{tg}^2 x + x;$$

$$\text{в) } y = \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{3-x}{x-5}};$$

$$\text{г) } y = (\sin x)^{\ln x^2};$$

$$\text{д) } x^2 - y + e^{y^2} \cdot \operatorname{arctg} x = 0.$$

**21 – 30. Найдите  $\frac{dy}{dx}$  и  $\frac{d^2y}{dx^2}$  для функций:**

$$21. \text{ а) } y = \frac{x}{x^2 + 5};$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = \cos \frac{t^2}{2} \\ y = t + \sin t^2 \end{cases}.$$

$$22. \text{ а) } \ln \operatorname{ctg}(x^2 + 1);$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = t^3 + 7t \\ y = t^7 + 7t \end{cases}.$$

$$23. \text{ а) } y = x^4 \cdot \ln x;$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = t - \sin t \\ y = t - \cos t \end{cases}.$$

$$24. \text{ а) } y = x^2 \cdot \operatorname{arctg} x;$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 4 \cdot \cos^3 t \\ y = 3 \cdot \sin^2 t \end{cases}.$$

$$25. \text{ а) } y = x^3 \cdot \arccos x^3;$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = e^{t^2} \\ y = \cos t^2 \end{cases}.$$

$$26. \text{ а) } y = e^{\operatorname{tg}(4x)};$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 7 \cdot \cos t \\ y = 4 \cdot \sin^7 t \end{cases}.$$

$$27. \text{ а) } y = e^{3x} \cdot \cos(3x);$$

$$\text{б) } \begin{cases} x = 3t^2 - t^3 \\ y = 4t^2 \end{cases}.$$

$$28. \text{ a) } y = e^{-2x} \cdot \sin x; \quad \text{б) } \begin{cases} x = 12t - t^7 \\ y = 4t^3 \end{cases}.$$

$$29. \text{ a) } y = x \cdot \sqrt[3]{1+x^2}; \quad \text{б) } \begin{cases} x = t + \ln(\operatorname{tg} t) \\ y = t - \ln(\cos t) \end{cases}.$$

$$30. \text{ a) } y = x^2 \cdot e^{-x^3}; \quad \text{б) } \begin{cases} x = t \cdot \ln t \\ y = \frac{1}{2} \cdot \left( t^2 + \frac{1}{t^2} \right) \end{cases}.$$

### Контрольная работа

**1 – 10. Найти а)  $dy$ ; б) значение  $f(x)$  при  $x = x_0 + \Delta x$ , используя понятие дифференциала функции.**

$$1. \text{ a) } y = \frac{x+1}{x^2+3x+1}; \quad \text{б) } \sqrt[5]{1,003}.$$

$$2. \text{ a) } y = \ln|x + \sqrt{x^2 + a}|; \quad \text{б) } \operatorname{arctg} 1,001.$$

$$3. \text{ a) } y = \arcsin \frac{x}{3}; \quad \text{б) } \sqrt{122}.$$

$$4. \text{ a) } y = x \cdot \operatorname{arctg} x; \quad \text{б) } \cos 59^\circ.$$

$$5. \text{ a) } y = x^2 \cdot \cos(3x); \quad \text{б) } \operatorname{tg} 47^\circ.$$

$$6. \text{ a) } y = x \cdot \ln|x^2 + 3x + 1|; \quad \text{б) } \sqrt[3]{9}.$$

$$7. \text{ a) } y = \cos(\ln(x+1)); \quad \text{б) } \sin 31^\circ.$$

$$8. \text{ a) } y = \frac{1}{2} \cdot \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|; \quad \text{б) } \sqrt[5]{33}.$$

$$9. \text{ a) } y = \arccos \frac{1}{x}; \quad \text{б) } \sqrt[4]{17}.$$

$$10. \text{ a) } y = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}; \quad \text{б) } \cos 61^\circ.$$

**11 – 20. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .**

$$11. f(x) = x^4 - 18x^2 + 4 \quad \text{на } [-1, 4].$$

$$12. f(x) = x + 2 \cdot \cos x \quad \text{на } \left[ 0, \frac{\pi}{2} \right].$$

$$13. f(x) = \frac{x}{\sqrt{3}} + \ln(\cos x) \quad \text{на } \left[ 0, \frac{\pi}{3} \right].$$

$$14. f(x) = x^4 - 8 \cdot x^3 + 4 \quad \text{на } [-1, 3].$$

$$15. f(x) = x - \ln(\sin x) \quad \text{на } \left[ \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \right].$$

$$16. f(x) = \sqrt{3} \cdot x + 2 \cdot \sin x \quad \text{на } \left[ -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right].$$



17.  $f(x) = x^4 - 50x^2 + 4$  на  $[-1, 6]$ .  
 18.  $f(x) = 2x - \sin x$  на  $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ .  
 19.  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 7$  на  $[1, 3]$ .  
 20.  $f(x) = x^4 - 18x^2 + 1$  на  $[-1, 5]$ .

**21 – 30. Вычислить пределы, используя правило Лопиталья.**

21. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (x + 2^x)^{1/x}$ .  
 22. а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin(3/x)$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt[3]{1 - 2x}$ .  
 23. а)  $\lim_{x \rightarrow 1} \left( \frac{1}{\ln x} - \frac{x}{\ln x} \right)$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \sin 2x)^{\operatorname{ctg} x}$ .  
 24. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \cos 2x) \cdot \operatorname{ctg} 4x$ , б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3/x)^x$ .  
 25. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{1 + 2 \ln(\sin x)}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x} \right)^{\operatorname{tg} x}$ .  
 26. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - e^{2x}) \cdot \operatorname{ctg} x$ , б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln x)^{1/x}$ .  
 27. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin 3x}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{ctg} x)^{\sin x}$ .  
 28. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} (x \cdot \ln x)$ , б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - e^x)^{1/x}$ .  
 29. а)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x \cdot \sin x} - \frac{1}{x^2} \right)$ , б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt[x]{x}$ .  
 30. а)  $\lim_{x \rightarrow \pi/\varepsilon} \frac{1 - 2 \sin x}{\cos 3x}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{x+2}{x-2} \right)^x$ .

**31 – 40. Исследовать методами дифференциального исчисления функцию  $y = f(x)$  и, используя результаты исследования, построить ее график.**

31. а)  $y = \frac{(x+1)^3}{(x+2)^2}$ , б)  $y = \sqrt{x} \cdot \ln x$ .  
 32. а)  $y = \frac{x^3}{(x+2)^2}$ , б)  $y = \sqrt{x \cdot e^{-x}}$ .  
 33. а)  $y = \frac{x^2 + 5}{2 - x}$ , б)  $y = (2 - x) \cdot \ln(2 - x)$ .  
 34. а)  $y = \frac{(x+3)^3}{(x+2)^2}$ , б)  $y = (x+2) \cdot e^{1-x}$ .  
 35. а)  $y = \frac{x^2 - 3x - 2}{x+1}$ , б)  $y = x \cdot e^{-x/2}$ .  
 36. а)  $y = \frac{4x^2}{x^3 - 1}$ , б)  $y = x - \ln(1+x)$ .

37. а)  $y = \frac{4x-12}{(x-2)^2}$ .

б)  $y = \frac{\ln(x+3)}{x+3}$ .

38. а)  $y = \frac{x^2+1}{2x+3}$ .

б)  $y = \ln \frac{1+x}{1-x}$ .

39. а)  $y = \frac{(1-x)^3}{(1+x)^2}$ .

б)  $y = x \cdot e^{1/x}$ .

40. а)  $y = \frac{(x+2)^3}{(x-1)^2}$ .

б)  $y = \ln(x^2+4)$ .

### Тест

Вопрос № 1: Производная частного  $\frac{x}{2x-1}$  равна ...

Варианты ответов: (выберите один правильный ответ, время 2 мин)

1.  $-\frac{1}{2x-1}$

2.  $\frac{1}{(2x-1)^2}$

3.  $-\frac{1}{(2x-1)^2}$

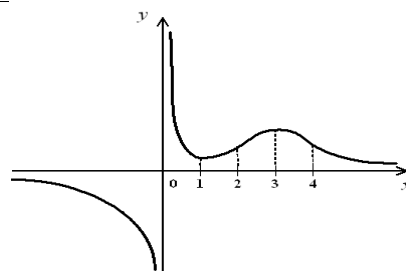
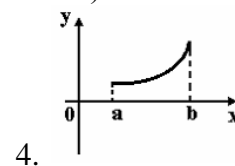
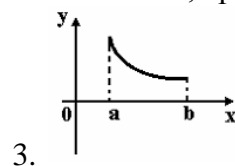
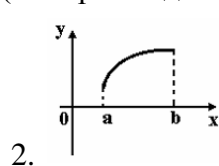
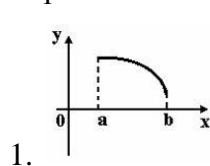
4.  $\frac{4x-1}{(2x-1)^2}$

Вопрос № 2: Значение производной функции  $y = x \cdot e^{2x}$  в точке  $x = -1$  равно...

Вопрос № 3: Укажите вид графика функции, для которой на всем отрезке  $[a; b]$

одновременно выполняются условия  $y > 0$ ,  $y' < 0$ ,  $y'' > 0$ .

Варианты ответов: (выберите один правильный ответ, время 2 мин)



Вопрос № 4: Дан график функции  $y = f(x)$ .

Тогда верны утверждения ... Варианты ответов: (выберите несколько правильных ответов, время 2 мин)

1.  $f''(x) > 0$  при  $x \in (0; 1)$

2.  $f''(x) > 0$  при  $x \in (1; \infty)$

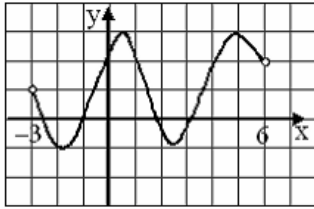
3.  $f''(x) < 0$  при  $x \in (-\infty; 0)$

4.  $x = 2$ ,  $x = 4$  — точки перегиба

5.  $x = 0$  — точка перегиба

Вопрос № 5: Значение производной функции  $y = \frac{\sin 4x}{7x+1}$  в точке  $x = 0$  равно...

Вопрос № 6: На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , заданной на интервале  $(-3; 6)$ .



Тогда число интервалов, на которых  $f'(x) < 0$ , равно ...

### 3.1.3 Третий семестр

#### Расчетно-графическая работа

**Задачи 1 – 10.** Вычислить неопределенные интегралы.

- |  |   |
|--|---|
| 1) а) $\int \frac{\sqrt{1 + \ln 2x}}{x} dx;$                                     | б) $\int x^2 e^{2x} dx;$  |
| в) $\int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx;$                                     | г) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{(1-x^2)^5}}.$                        |
| 2) а) $\int \frac{1-3x}{\sqrt{1-9x^2}} dx;$                                      | б) $\int x^3 \ln x dx;$   |
| в) $\int \frac{x^2 + 2}{(x-1)(x+1)^2} dx;$                                       | г) $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{4-x^2}}.$                            |
| 3) а) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt[6]{e^x + 1}} dx;$                                | б) $\int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx;$                           |
| в) $\int \frac{1}{x^3 - x^2 - x + 1} dx;$  | г) $\int \frac{\sqrt{x+1} + 1}{\sqrt{x+1} - 1} dx.$               |
| 4) а) $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x} + \operatorname{ctg} x}{\cos^2 x} dx;$ | б) $\int 3^x \cos x dx;$  |
| в) $\int \frac{x^2 + 1}{x(x-1)} dx;$   | г) $\int \frac{dx}{\sqrt[3]{(2x+1)^2} + \sqrt{2x+1}}.$            |
| 5) а) $\int \sqrt{\frac{\arcsin x}{1-x^2}} dx;$                                  | б) $\int \ln(x + \sqrt{1+x^2}) dx;$                               |
| в) $\int \frac{x^2 - 2x - 5}{x^3 - 2x^2 + x - 2} dx;$                            | г) $\int \frac{\sqrt[6]{x+1}}{\sqrt[6]{x^7} + \sqrt[6]{x^5}} dx.$ |
| 6) а) $\int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{(1+x)\sqrt{x}} dx;$             | б) $\int x \cos^2 x dx;$  |
| в) $\int \frac{x^5}{x^3 + 1} dx;$  | г) $\int \frac{dx}{(1 + \sqrt[4]{x})\sqrt{x}}.$                   |
| 7) а) $\int \frac{\operatorname{Intg} x}{\sin 2x} dx;$                           | б) $\int x \operatorname{arctg}^2 x dx;$                          |

в) $\int \frac{x^3 + x^2 + x + 3}{(x+3)(x^2 + x + 1)} dx;$	г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt[3]{x+2}}.$
8) а) $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+2\cos x}} dx;$	б) $\int x^2 \sin 2x dx;$
в) $\int \frac{x(x^2+1)}{(x+1)(x^2+2x+2)} dx;$	г) $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1+x^2}}.$
9) а) $\int \frac{\arccos^2 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx;$	б) $\int x\sqrt{1-x^2} \arcsin x dx;$
в) $\int \frac{x^3 + x + 1}{x^4 - 1} dx;$	г) $\int \frac{dx}{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}.$
10) а) $\int \frac{2^x \operatorname{arctg} 2^x}{1+2^{2x}} dx;$	б) $\int \frac{x \arccos x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$
в) $\int \frac{7x^2 - 1}{x^2 + 4x - 5} dx;$	г) $\int \frac{dx}{x^3 \sqrt{x^2 - 1}}.$

**Задачи 11 – 20.** Вычислить определенные интегралы с точностью до двух знаков после запятой:

11) а) $\int_0^{\sqrt{3}} x\sqrt[3]{1+x^2} dx ;$	б) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{x}} .$
12) а) $\int_0^{\pi/2} \sin x \cos^2 x dx ;$	б) $\int_4^9 \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x}-1} .$
13) а) $\int_0^1 \frac{xdx}{x^2+1} ;$	б) $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx .$
14) а) $\int_0^1 \frac{5dx}{x^2+1} ;$	б) $\int_3^8 \frac{xdx}{\sqrt{x+1}} .$
15) а) $\int_0^{-3} \frac{dx}{\sqrt{25+3x}} ;$	б) $\int_{-1}^1 \frac{xdx}{\sqrt{5-4x}} .$
16) а) $\int_0^2 \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^4+4}} ;$	б) $\int_0^{\pi/2} \frac{\cos x dx}{4+\sqrt{\sin x}} .$
17) а) $\int_1^e \frac{1+\ln x}{x} dx ;$	б) $\int_0^5 \frac{xdx}{\sqrt{x+4}} .$

$$18) \text{ a) } \int_0^1 \frac{x^3 dx}{x^8 + 1}; \quad \text{b) } \int_0^4 \frac{dx}{1 + \sqrt{2x+1}}.$$

$$19) \text{ a) } \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{dx}{1 - \cos^2 x}; \quad \text{b) } \int_{2/3}^{7/3} \frac{xdx}{\sqrt{2+3x}}.$$

$$20) \text{ a) } \int_0^1 x^3 \sqrt{4+5x^4} dx; \quad \text{b) } \int_2^7 \frac{xdx}{\sqrt{x+2}}.$$

**Задачи 21 – 30.** Вычислить приближенно значение определенного интеграла  $\int_a^b f(x)dx$  с помощью формулы Симпсона, разбив отрезок интегрирования на 10 частей. Все вычисления производить с округлением до третьего десятичного знака.

$$21) \int_{0,8}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}; \quad 22) \int_{1,7}^{2,7} \frac{dx}{\sqrt{x^2+3,2}}; \quad 23) \int_{0,2}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}; \quad 24) \int_{0,4}^{1,4} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+3}};$$

$$25) \int_{1,4}^{2,4} \frac{dx}{\sqrt{3x^2-1}}; \quad 26) \int_{0,2}^{1,2} \frac{dx}{\sqrt{x^2+3}}; \quad 27) \int_{0,6}^{1,6} \frac{dx}{\sqrt{2x^2+1}}; \quad 28) \int_{2,5}^{3,5} \frac{dx}{\sqrt{x^2-1}};$$

$$29) \int_{0,5}^{1,5} \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}; \quad 30) \int_{0,8}^{1,8} \frac{dx}{\sqrt{x^2+4}}.$$

**Задачи 31 – 40.** Вычислить несобственный интеграл или доказать его расходимость.

$$31) \int_{-\infty}^0 \frac{1}{x+1} dx; \quad 32) \int_{-\infty}^0 \frac{x+1}{x^2+1} dx; \quad 33) \int_3^{\infty} \frac{2x+5}{x^2+3x-10} dx;$$

$$34) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{2x^2-5x+7}; \quad 35) \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln x}; \quad 36) \int_e^{\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x};$$

$$37) \int_0^{\infty} x 2^x dx; \quad 38) \int_1^{\infty} \frac{\ln(x^2+x)}{x} dx; \quad 39) \int_0^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x}};$$

$$40) \int_1^{\infty} \frac{dx}{x\sqrt{x-1}}.$$

## Контрольная работа

**Задачи 1 – 10.** Дана функция  $z = f(x, y)$ . Показать, что выполняется тождество.

- 1)  $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$ ,      показать:  $\frac{1}{x} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{z}{y^2}$ .
- 2)  $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy)$ ,      показать:  $x^2 \cdot \frac{\partial z}{\partial x} - xy \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0$ .
- 3)  $z = \ln(x^2 + y^2 + 2x + 1)$ ,      показать:  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ .
- 4)  $z = e^{xy}$ ,      показать:  $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - 2xy \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + 2xyz = 0$ .
- 5)  $z = \ln(x + e^{-y})$ ,      показать:  $\frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 0$ .
- 6)  $z = \frac{x}{y}$ ,      показать:  $x \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .
- 7)  $z = x^y$ ,      показать:  $y \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = (1 + y \ln x) \cdot \frac{\partial z}{\partial x}$ .
- 8)  $z = x e^{y/x}$ ,      показать:  $x^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + 2xy \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + y^2 \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ .
- 9)  $z = \sin(x + ay)$ ,      показать:  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ .
- 10)  $z = \cos y + (y - x)\sin y$ ,      показать:  $(x - y) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial z}{\partial y}$ .

**Задачи 11 – 20.** Даны функция  $z = f(x, y)$  и точки  $A(x_0, y_0)$  и  $B(x_1, y_1)$ . Требуется: а) вычислить значение  $z_1$  функции в точке  $B$ ; б) вычислить приближенное значение  $\bar{z}_1$  функции в точке  $B$ , исходя из значения  $z_0$  функции в точке  $A$ , заменив приращение функции при переходе от точки  $A$  к точке  $B$  дифференциалом, и оценить в процентах относительную погрешность, возникающую при замене приращения функции ее дифференциалом; в) составить уравнение касательной плоскости к поверхности  $z = f(x, y)$  в точке  $C(x_0, y_0, z_0)$ .

- |     |                                |           |                 |
|-----|--------------------------------|-----------|-----------------|
| 11) | $z = x^2 + xy + y^2$ ,         | A(1, 2),  | B(1,02; 1,96).  |
| 12) | $z = 3x^2 - xy + x + y$ ,      | A(1, 3),  | B(1,06; 2,92).  |
| 13) | $z = x^2 + 3xy - 6x$ ,         | A(4, 1),  | B(3,96; 1,03).  |
| 14) | $z = x^2 - y^2 + 6x + 3y$ ,    | A(2, 3),  | B(2,02; 2,97).  |
| 15) | $z = x^2 + 2xy + 3y^2$ ,       | A(2, 1),  | B(1,96; 1,04).  |
| 16) | $z = x^2 + y^2 + 2x + y - 1$ , | A(2, 4),  | B(1,98; 3,91).  |
| 17) | $z = 3x^2 + 2y^2 - xy$ ,       | A(-1, 3), | B(-0,98; 2,97). |
| 18) | $z = x^2 - y^2 + 5x + 4y$ ,    | A(3, 2),  | B(3,02; 1,98).  |
| 19) | $z = 2xy + 3y^2 - 5x$ ,        | A(3, 4),  | B(3,04; 3,95).  |

$$20) \quad z = xy + 2y^2 - 2x, \quad A(1, 2), \quad B(0,97; 2,03).$$

**Задачи 21 – 30.** Найти наименьшее и наибольшее значения функции  $z = f(x, y)$  в замкнутой области  $D$ , заданной системой неравенств. Сделать чертеж.

$$21) \quad z = x^2 + y^2 - 9xy + 27, \quad 0 \leq x \leq 3, \quad 0 \leq y \leq 3.$$

$$22) \quad z = x^2 + 2y^2 + 1, \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x + y \leq 3.$$

$$23) \quad z = 3 - 2x^2 - xy - y^2, \quad x \leq 1, \quad y \geq 0, \quad y \leq x.$$

$$24) \quad z = x^2 + 3y^2 - x - y, \quad x \geq 1, \quad y \geq -1, \quad x + y \leq 1.$$

$$25) \quad z = x^2 + 2xy + 2y^2, \quad 1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 2.$$

$$26) \quad z = 5x^2 - 3xy + y^2 + 4, \quad x \geq -1, \quad y \geq -1, \quad x + y \leq 1.$$

$$27) \quad z = 10 + 2xy - x^2, \quad 0 \leq y \leq 4 - x^2.$$

$$28) \quad z = x^2 + 2xy - y^2 + 4x, \quad x \leq 0, \quad y \leq 0, \quad x + y + 2 \geq 0.$$

$$29) \quad z = x^2 + xy - 2, \quad 4x^2 - y \leq 0, \quad y \leq 4.$$

$$30) \quad z = x^2 + xy, \quad -1 \leq x \leq 1, \quad 0 \leq y \leq 3.$$

**Задачи 31 – 40.** Даны функция  $z = f(x, y)$ , точка  $A(x_0, y_0)$  и вектор  $\bar{a}$ . Найти:  
а)  $grad z$  в точке  $A$ ; б) производную в точке  $A$  по направлению вектора  $\bar{a}$ .

$$31) \quad z = x^2 - xy + y^2, \quad A(1, 1), \quad \bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j}.$$

$$32) \quad z = 2x^2 + 3xy + y^2, \quad A(2, 1), \quad \bar{a} = 3\bar{i} - 4\bar{j}.$$

$$33) \quad z = \ln(x^2 + 3x^2), \quad A(1, 1), \quad \bar{a} = 3\bar{i} + 2\bar{j}.$$

$$34) \quad z = \ln(5x^2 + 4y^2), \quad A(1, 1), \quad \bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j}.$$

$$35) \quad z = 5x^2 + 6xy, \quad A(2, 1), \quad \bar{a} = \bar{i} + 2\bar{j}.$$

$$36) \quad z = \arctg(xy^2), \quad A(2, 3), \quad \bar{a} = 4\bar{i} - 3\bar{j}.$$

$$37) \quad z = \arcsin(x^2/y), \quad A(1, 2), \quad \bar{a} = 5\bar{i} - 12\bar{j}.$$

$$38) \quad z = \ln(3x^2 + 4y^2), \quad A(1, 3), \quad \bar{a} = 2\bar{i} - \bar{j}.$$

$$39) \quad z = 3x^4 + 2x^2y^3, \quad A(-1, 2), \quad \bar{a} = 4\bar{i} - 3\bar{j}.$$

$$40) \quad z = 3x^2y^2 + 5y^2x, \quad A(1, 1), \quad \bar{a} = 2\bar{i} + \bar{j}.$$

**Задачи 41 – 50.** Экспериментально получены пять значений искомой функции  $y = f(x)$  при пяти значениях аргумента, которые представлены в таблице. Методом наименьших квадратов найти функцию  $y = f(x)$  в виде  $y = ax + b$ .

41)	$x$	1	2	3	4	5	46)	$x$	1	2	3	4	5
	$y$	4,3	5,3	3,8	1,8	2,3		$y$	3,9	4,9	3,4	1,4	1,9
42)	$x$	1	2	3	4	5	47)	$x$	1	2	3	4	5
	$y$	4,5	5,5	4,0	2,0	2,5		$y$	5,2	6,2	4,7	2,7	3,2
43)	$x$	1	2	3	4	5	48)	$x$	1	2	3	4	5
	$y$	4,7	5,7	4,2	2,2	2,7		$y$	5,5	6,5	5,0	3,0	3,5
44)	$x$	1	2	3	4	5	49)	$x$	1	2	3	4	5
	$y$	4,9	5,9	4,4	2,4	2,9		$y$	5,7	6,7	5,2	3,2	3,9
45)	$x$	1	2	3	4	5	50)	$x$	1	2	3	4	5
	$y$	5,1	6,1	4,6	2,6	3,1		$y$	5,9	6,9	5,4	3,4	3,9

## Тест

Вопрос № 1: Интеграл  $\int \frac{dt}{t^2 + 2}$  равен ... Варианты ответов: (выберите один правильный ответ, время 2 мин)

Вопрос № 2: Если  $\int_{-1}^{1/2} f(x) dx = -2$  и  $\int_{1/2}^1 2f(x) dx = 3$ , то интеграл  $\int_{-1}^1 2f(x) dx$  равен ...

Вопрос № 3: Дан интеграл  $\int \frac{\sqrt{25-x^2}}{x} dt$ . Тогда замена переменной  $x = 5 \cos t$  приводит его к виду ...

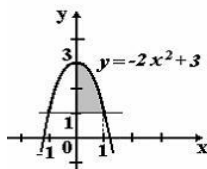
Вопрос № 4: Если в неопределенном интеграле  $\int (4x^3 - 2x) \ln x dx$ , применяя метод интегрирования по частям положить, что  $u(x) = \ln x$ , то функция  $v(x)$  будет равна ...

Вопрос № 5: Правильную рациональную дробь  $\frac{x+1}{(x+3)x^2}$  можно представить в виде суммы простейших дробей с неопределенными коэффициентами...

Вопрос № 6: Определенный интеграл  $\int_0^1 (9\sqrt{x} - 8x + 3) dx$  равен...

Вопрос № 7: Значение интеграла  $\int_0^1 \frac{\arctg^2 x dx}{1+x^2}$  равно...

Вопрос № 207: Площадь фигуры, изображенной на рисунке, определяется интегралом...



Вопрос № 8: Определенный интеграл, выражающий площадь треугольника с вершинами  $(0;0)$ ;  $(2;10)$ ;  $(0;10)$ , имеет вид

### 3.2 Задания для промежуточной аттестации

#### Контрольные вопросы к экзамену

1. Действительная функция и действительных переменных. Примеры. Область определения. Множество значений. График. Линии и поверхности уровня.
2. Предел и непрерывность ФНП в точке. Непрерывность ФНП в области.
3. Частные производные ФНП и их геометрический смысл.
4. Дифференцируемость ФНП. Необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
5. Полный дифференциал ФНП. Применение дифференциала в приближенных вычислениях.
6. Производные сложной функции. Инвариантность формы дифференциала.
7. Производные и дифференциалы высших порядков.



8. Теорема о смешанных производных.
9. Формула Тейлора.
10. Экстремум ФНП. Необходимое и достаточное условие существования экстремума.
11. Условный экстремум. Метод неопределенных множителей Лагранжа.
12. Наибольшее и наименьшее значение функции в замкнутой области.
13. Первообразная функции и неопределенный интеграл. Основные свойства неопределенного интеграла. Таблица неопределенных интегралов.
14. Основные методы интегрирования (интегрирование по частям и заменой переменной).
15. Интегрирование простейших рациональных дробей.
16. Интегрирование дробно-рациональных функций.
17. Интегрирование иррациональных функций.
18. Интегрирование тригонометрических функций.
19. Определенный интеграл. Основные свойства и геометрический смысл.
20. Основные теоремы об определенном интеграле. Формула Ньютона-Лейбница.
21. Геометрические и экономические приложения определенного интеграла.
22. Несобственные интегралы первого и второго рода. Признаки сходимости и расходимости несобственных интегралов.

### Типовые экзаменационные задачи

1. Найти область определения функции:
  - а)  $z = \sqrt{3 - x^2 - y^2}$ , б)  $u = \sqrt{x^2 + y^2 - 9z^2 - 9}$ .
2. Найти и построить: а) линии уровня функции  $z = \sqrt{x^2 - y^2}$ , б) поверхности уровня функции  $u = x^2/4 + y^2/9 - z$ .
3. Найти полный дифференциал функции:
  - а)  $z = \arccos \frac{y}{x}$ , б)  $u = \ln(y^2 - 3e^{-x} + \sin^3 z)$ .
4. Вычислить приближенно с помощью дифференциала функции:
  - а)  $(1,2)^2 \sqrt{8,9}$ , б)  $((1,2)^3 + (2,2)^2)^{1,1}$ .
5. Найти частные производные сложной функции:
  - а)  $z = \sqrt{u + v - 2}$ , где  $u = \ln \sqrt{xy}$ ,  $v = x^4 y$ , б)  $z = \operatorname{tg}(x/y)$ , где  $x = uv$ ,  $y = u^2 - v^2$ .
6. Найти частные производные функции, заданной неявно:
  - а)  $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 4$ , б)  $e^{x^2+y^2} + \ln(x^3 + z^3) - xyz = 0$ ,  $x = u + v$ ,  $y = uv$ .
7. Найти градиент, производную по направлению вектора  $\vec{a} = \{1, 2, -1\}$ , уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности  $S$ :
  - а)  $z = x^2 + y^2 - 3xy - x + y + 2$ , в точке  $M_0(2, 1, 0)$ ,
  - б)  $x^2 + 2yz - yz^2 + 3y - 7xz + 20 = 0$ , в точке  $M_0(1, 2, 3)$ .
8. Найти частные производные второго порядка:
  - а)  $z = \cos(3x^2 - y^3)$ , б)  $u = (x^2 + z^2)^{\ln y}$ , в)  $x^2 + 2y^2 - 2xy + z^2 - z - 20 = 0$ .
9. Исследовать функции на экстремум:
  - а)  $z = -x^2 - y + x\sqrt{y} + 6x + 3$ , б)  $u = 4x^2 + y^2 + 6z^2 - 2xy + 6xz - 6z$ ,
  - в)  $z^2 + xyz - xy^2 - x^3 = 0$ .
10. Исследовать функции на условный экстремум:
  - а)  $z = x^2 + y^2 - 2xy$ ,  $x - y^2 + 2 = 0$ , б)  $u = x + 2y + 3z$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 14$ ,
  - в)  $u = xyz$ ,  $x + y + z = 3$ ,  $xy + xz = 2$ .

11. Найти наибольшее и наименьшее значения функции в замкнутой области  $\bar{D}$ :

а)  $z = 3x^2 + 3y^2 - 2x - 2y + 2$ ,  $\bar{D}: x \geq 0, y \geq 0, x + y - 1 \leq 0$ ;

б)  $u = xy + xz$ ,  $\bar{D}: z^2 + y^2 \leq 8, |x| \leq 3$ .

1. Найти неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{x \cos x}{\sin^2 x} dx$ ;      б)  $\int (x^2 + 2)e^{x/2} dx$ ;      в)  $\int \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)} dx$ ;      г)  $\int \frac{x}{\sqrt[3]{x-1}} dx$ ;

д)  $\int \frac{2x^3 - 40x - 8}{x(x+4)(x-2)} dx$ ;      е)  $\int \frac{x^3 + 6x^2 + 13x + 6}{(x-2)(x+2)^3} dx$ ;      ж)  $\int \frac{2x^3 + 3x^2 + 3x + 2}{(x^2 + x + 1)(x^2 + 1)} dx$ ;

з)  $\int \frac{\sin x}{5 + 3 \sin x} dx$ ;      и)  $\int \frac{3 \operatorname{tg}^2 x - 1}{\operatorname{tg}^2 x + 5} dx$ ;      к)  $\int \sin^4 3x \cos^4 3x dx$ ;

л)  $\int \frac{4\sqrt{2-x} - \sqrt{x+2}}{(\sqrt{x+2} + 4\sqrt{2-x})(x+2)^2} dx$ ;      м)  $\int \frac{x^2}{\sqrt{9-x^2}} dx$ ;      н)  $\int \frac{\sqrt[5]{1+\sqrt[3]{x}}}{x^5 \sqrt{x^2}} dx$ .

